Cours de mathématiques

Classe de Première

Enseignement de spécialité

Année 2026-2027

www.mathmaurer.com

SOMMAIRE DU COURS DE PREMIÈRE SPÉCIALITÉ

ALGÈBRE

1 FORME CANONIQUE D'UN POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ 1
2 RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ 3
3 RÉSOLUTION D'UNE INÉQUATION DU SECOND DEGRÉ 6
4 LES SUITES NUMÉRIQUES 7
5 ÉTUDE D'UNE SUITE NUMÉRIQUE 9
6 LES SUITES ARITHMÉTIQUES 12
7 LES SUITES GÉOMÉTRIQUES 15

ANALYSE

8 NOMBRE DÉRIVÉ ET TANGENTE À UNE COURBE 19
9 LA FONCTION DÉRIVÉE 21
10 ÉTUDE DES VARIATIONS D'UNE FONCTION 24
11 LA FONCTION AFFINE 26
12 LA FONCTION CARRÉ 27
13 LA FONCTION INVERSE 28
14 LA FONCTION CUBE 29
15 LA FONCTION RACINE CARRÉE 30
16 LA FONCTION VALEUR ABSOLUE 31
17 CARACTÉRISATION DE LA FONCTION EXPONENTIELLE 32
18 ÉTUDE DE LA FONCTION EXPONENTIELLE 34
19 LA FONCTION COSINUS 35
20 LA FONCTION SINUS 36

GÉOMÉTRIE

21 LE CERCLE TRIGONOMÉTRIQUE 37
22 COSINUS ET SINUS D'UN NOMBRE RÉEL 39
23 CALCUL VECTORIEL 41
24 NORME ET PRODUIT SCALAIRE 43
25 DROITES ET CERCLES 46
26 GÉOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE 48

PROBABILITÉS

27 PROBABILITÉS 49
28 PROBABILITÉS CONDITIONNELLES 52
29 VARIABLES ALÉATOIRES 55
30 LOI BINOMIALE 58

FORME CANONIQUE D'UN POLYNÔME DU SECOND DEGRÉ

Définition 1 :

a, b et c sont des réels avec $a \neq 0$.
On appelle **polynôme du second degré** (ou **trinôme**) toute fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = ax^2 + bx + c$.

Propriété 1 :

a, b et c sont des réels, $a \neq 0$.

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] \quad \text{avec } \Delta = b^2 - 4ac.$$

Démonstration :

$$\begin{aligned}
\forall x \in \mathbb{R}, \quad a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] &= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] \\
&= a\left[x^2 + 2 \times x \times \frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{4ac}{4a^2}\right] \\
&= a\left[x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}\right] \\
&= a \times x^2 + a \times \frac{bx}{a} + a \times \frac{c}{a} \\
&= ax^2 + bx + c
\end{aligned}$$

Vocabulaire :

On appelle **discriminant** du polynôme $ax^2 + bx + c$ le réel $\Delta = b^2 - 4ac$.

Propriété 2 :

a, b et c sont des réels, $a \neq 0$.

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad P(x) = ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{avec } \alpha = -\frac{b}{2a} \text{ et } \beta = P(\alpha).$$

L'expression $a(x - \alpha)^2 + \beta$ est appelée **forme canonique** de $P(x)$.

Application : Mettre sous la forme canonique

Méthode : on utilise les identités remarquables $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$ ou $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$.

$$\begin{aligned}
f(x) &= x^2 + 6x + 5 \\
&= x^2 + 2 \times x \times 3 + 5 \\
&= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 - 3^2 + 5 \\
&= (x + 3)^2 - 9 + 5 \\
&= (x + 3)^2 - 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g(x) &= 2x^2 - 16x + 1 \\
&= 2(x^2 - 8x) + 1 \\
&= 2(x^2 - 2 \times x \times 4) + 1 \\
&= 2(x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 - 4^2) + 1 \\
&= 2\left[(x - 4)^2 - 16\right] + 1 \\
&= 2(x - 4)^2 - 32 + 1 \\
&= 2(x - 4)^2 - 31
\end{aligned}$$

Propriété 3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto a(x-\alpha)^2+\beta$ avec $a \neq 0$.

$a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$\searrow$	β	$\nearrow$	

$a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	β	$\searrow$	

Démonstration (cas où $a > 0$) :

Soit $x_1, x_2 \in]-\infty;\alpha]$ tels que $x_1 \leq x_2$

$$x_1 \leq x_2 \leq \alpha$$
$$x_1 - \alpha \leq x_2 - \alpha \leq 0$$

La fonction carré est décroissante sur $]-\infty;0]$

donc $(x_1-\alpha)^2 \geq (x_2-\alpha)^2 \geq 0$

$$a(x_1-\alpha)^2 \geq a(x_2-\alpha)^2 \geq 0 \quad (a>0)$$
$$a(x_1-\alpha)^2+\beta \geq a(x_2-\alpha)^2+\beta$$
$$f(x_1) \geq f(x_2)$$

donc f est décroissante sur $]-\infty;\alpha]$.

Soit $x_1, x_2 \in [\alpha;+\infty[$ tels que $x_1 \leq x_2$

$$\alpha \leq x_1 \leq x_2$$
$$0 \leq x_1 - \alpha \leq x_2 - \alpha$$

La fonction carré est croissante sur $[0;+\infty[$

donc $0 \leq (x_1-\alpha)^2 \leq (x_2-\alpha)^2$

$$0 \leq a(x_1-\alpha)^2 \leq a(x_2-\alpha)^2 \quad (a>0)$$
$$a(x_1-\alpha)^2+\beta \leq a(x_2-\alpha)^2+\beta$$
$$f(x_1) \leq f(x_2)$$

donc f est croissante sur $[\alpha;+\infty[$.

De plus, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $a(x-\alpha)^2 \geq 0$
donc $a(x-\alpha)^2+\beta \geq \beta$ et $f(\alpha)=\beta$
donc **f admet pour minimum $\beta = f(\alpha)$**

Propriété 4 :

La représentation graphique d'une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto a(x-\alpha)^2+\beta$ avec $a \neq 0$ est une **parabole** de **sommet** $S(\alpha,\beta)$. La droite parallèle à (O,y) passant par S d'équation $x=\alpha$ est un **axe de symétrie** de la parabole.

Application : Variations et représentation graphique d'une fonction polynôme

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $h(x) = 3x^2+6x+4$.

On calcule α et β :

$$\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2\times 3} = -1$$

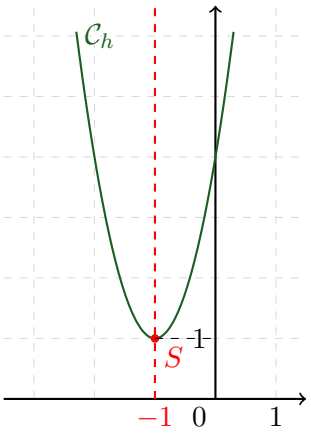
$$\beta = h(\alpha) = h(-1) = 3(-1)^2+6(-1)+4 = 1$$

On en déduit la forme canonique de h :

$$h(x) = a(x-\alpha)^2+\beta = 3(x-(-1))^2+1 = 3(x+1)^2+1$$

On en déduit le tableau de variation de h ($a = 3 > 0$) :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$h(x)$		$\searrow$	1	$\nearrow$	



La droite d'équation $x=-1$ est l'axe de symétrie de la parabole.

RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Propriété 1 :

a, b et c sont des réels, $a \neq 0$. On note (E) l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ définie dans $\mathbb{R}$.

- Si $\Delta > 0$ alors (E) a 2 solutions distinctes $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Si $\Delta = 0$ alors (E) a une solution $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$.
- Si $\Delta < 0$ alors (E) n'a pas de solution.

Démonstration :

- Si $\Delta > 0$ alors $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{\Delta}{4a^2}\right] = a\left[\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \left(\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)^2\right]$

  $= a\left(x + \dfrac{b}{2a} + \dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x + \dfrac{b}{2a} - \dfrac{\sqrt{\Delta}}{2a}\right) = a\left(x + \dfrac{b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x + \dfrac{b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right) = 0$

  $a \neq 0$ donc $x + \dfrac{b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 0$ ou $x + \dfrac{b-\sqrt{\Delta}}{2a} = 0$ d'où $x = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $x = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

- Si $\Delta = 0$ alors $ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - 0\right] = a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = 0$

  $a \neq 0$ donc $x + \dfrac{b}{2a} = 0$ d'où $x = -\dfrac{b}{2a}$.

- Si $\Delta < 0$ alors $-\dfrac{\Delta}{4a^2} > 0$ et $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ donc $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{\Delta}{4a^2} > 0$

  $a \neq 0$ donc l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'a pas de solution.

Application : Exemple de résolution d'une équation du second degré

Résolution de l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$ dans $\mathbb{R}$:

Les coefficients de ce polynôme de degré 2 sont $a = 1, b = -5, c = 6$
donc $\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 25 - 24 = 1$
$\Delta > 0$ donc l'équation a 2 solutions :

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{5-1}{2 \times 1} = \dfrac{4}{2} = 2 \\ x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{5+1}{2 \times 1} = \dfrac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

donc $S = \{2; 3\}$.