Brevet Juin 2004 - Groupe Est - Série Collège - Sujet

Activités numériques

Exercice 1

Soient $A = \frac{9}{5} - \frac{2}{5} \times \frac{11}{4}$ et $B = 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{75}$.

1 - Calculer A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

2 - Calculer et écrire B sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant un nombre positif le plus petit possible.

Exercice 2

On considère l'expression $C = (2x-1)^2 + (2x-1)(x+5)$.

1 - Développer et réduire l'expression C.

2 - Factoriser l'expression C.

3 - Résoudre l'équation $(2x-1)(3x+4) = 0$.

Exercice 3

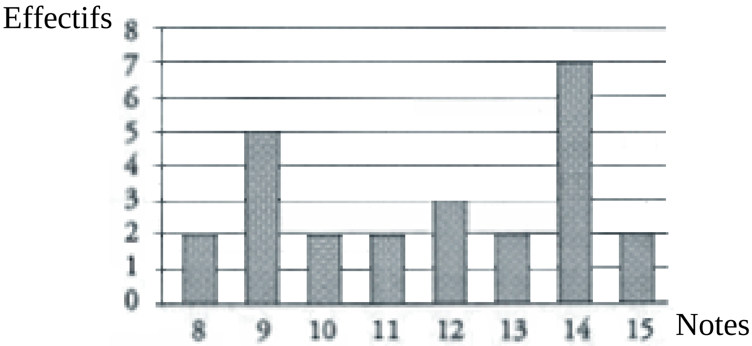
1 - Les nombres 682 et 352 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

2 - Calculer le plus grand diviseur commun (PGCD) de 682 et 352.

3 - Rendre irréductible la fraction $\frac{682}{352}$ en indiquant clairement la méthode utilisée.

Exercice 4

Le diagramme en barres ci-dessous donne la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques par les élèves d'une classe de troisième.



1 - Combien d'élèves y a-t-il dans cette classe ?

2 - Quelle est la note moyenne de la classe à ce contrôle ?

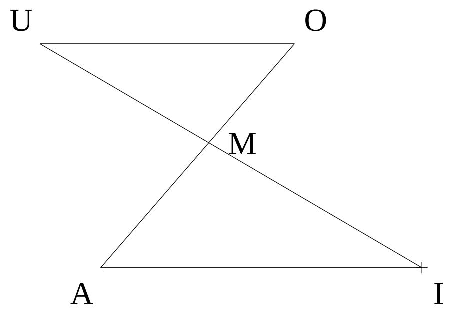
3 - Quelle est la note médiane ?

4 - Quelle est l'étendue de cette série de notes ?

Activités géométriques

Exercice 1

Les segments [OA] et [UI] se coupent en M (*l'unité de longueur étant le millimètre*).
On a : MO = 21, MA = 27, MU = 28, MI = 36, AI = 45



1 - Prouver que les droites (OU) et (AI) sont parallèles.

2 - Calculer la longueur OU.

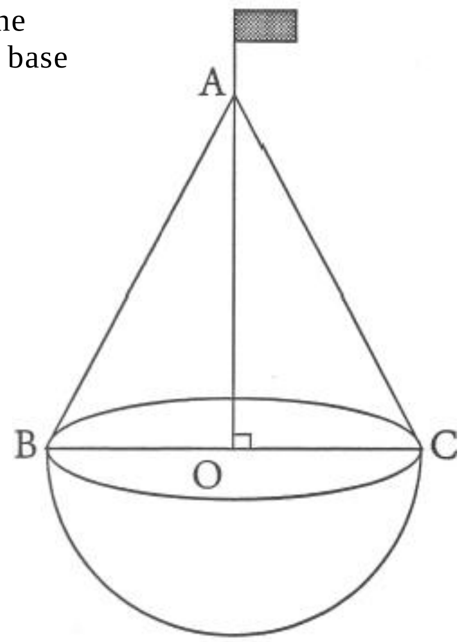
3 - Prouver que le triangle AMI est un triangle rectangle.

4 - Déterminer, à un degré près, la mesure de l'angle $\widehat{AIM}$.

5 - Montrer que les angles $\widehat{MAI}$ et $\widehat{MOU}$ ont même mesure.

Exercice 2

La balise ci-contre est formée d'une demi-boule surmontée d'un cône de révolution de sommet A. Le segment [BC] est un diamètre de la base du cône et le point O est le centre de cette base.
On donne AO = BC = 6 dm.



1 - Montrer que AB = $3\sqrt{5}$ dm.

2 - Dans cette question, on se propose de calculer des volumes.

a) Calculer, en fonction de π, le volume du cône (*on donnera la valeur exacte de ce volume*).

b) Calculer, en fonction de π, le volume de la demi boule *(on donnera la valeur exacte de ce volume).*

c) Calculer la valeur exacte du volume de la balise, puis en donner la valeur arrondie à 0,1 dm^3 près.

On rappelle que si V est le volume d'une boule de rayon R, $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$ et que si V est le volume d'un cône de hauteur h et de rayon r, $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$.

Exercice 3

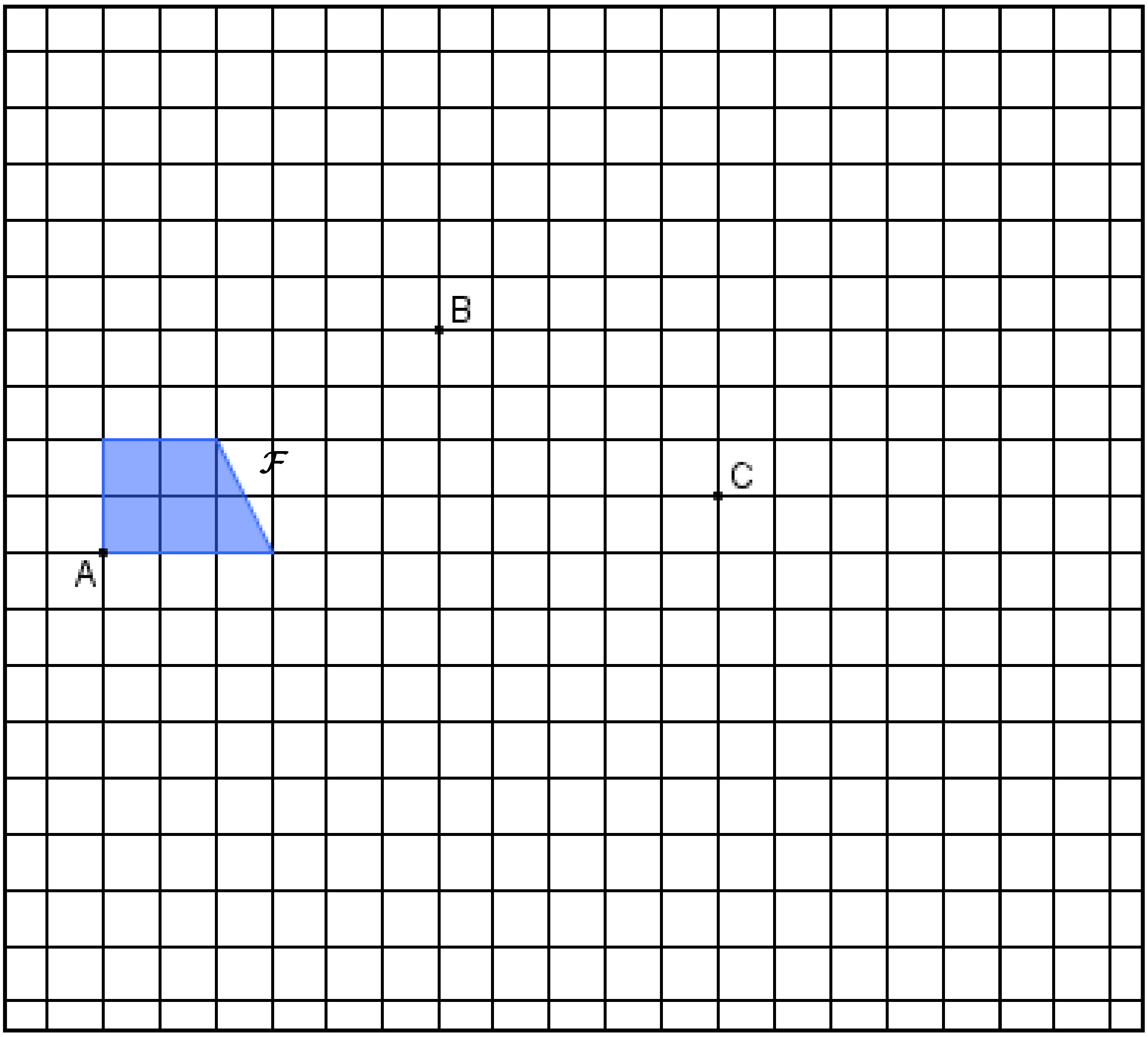
1 - Sur la figure ci-après, construire:

a) la figure $\mathcal{F}_1$, image de la figure $\mathcal{F}$ par la symétrie centrale de centre B (nommer E l'image de A);

b) la figure $\mathcal{F}_2$, image de la figure $\mathcal{F}_1$ par la symétrie centrale de centre C (nommer T l'image de E).

On hachurera, sur le dessin, les figures $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ ainsi obtenues.

2 - Quelle transformation permet de passer directement de la figure $\mathcal{F}$ à la figure $\mathcal{F}_2$?



Brevet Juin 2004 - Groupe Est - Série Collège - Sujet

Problème

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que AB = 6 cm et AC = 4 cm.

Partie I

1 - Construire ce triangle.

2 - Placer le point M sur le segment [AB] tel que: BM = 3,5 cm et tracer la droite passant par le point M et perpendiculaire à la droite (AB); elle coupe le segment [BC] en E.

a) Calculer AM.

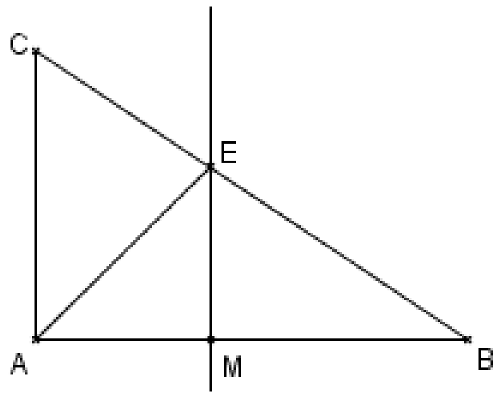
b) Démontrer que les droites (AC) et (ME) sont parallèles.

c) Calculer EM (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

d) Le triangle AEM est-il un triangle isocèle en M ?

Partie II

On souhaite placer le point M sur le segment [AB] de façon à ce que le triangle AEM soit isocèle en M comme sur la figure ci-contre que l'on ne demande pas de refaire.
On rappelle que AB = 6 cm et AC = 4 cm.



1 - On pose BM = x (on a donc $0 \leq x \leq 6$). Démontrer, en utilisant la propriété de Thalès, que: $\text{EM} = \frac{2}{3}x$

2 - Première résolution du problème posé.

a) Montrer que: $\text{MA} = 6 - x$

b) Calculer x pour que le triangle AME soit isocèle en M.

3 - Soit un repère orthogonal avec pour unités 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

a) Représenter, dans ce repère, les fonctions f et g définies par:

$$f(x) = \frac{2}{3}x \quad \text{et} \quad g(x) = 6 - x \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 6.$$

b) En utilisant ce graphique, retrouver le résultat de la question 2 - b).