CHAPITRE 10
Initiation au calcul vectoriel, coordonnées d'un vecteur

I- Initiation au calcul vectoriel

1 - Composée de deux translations

On considère deux translations t_1 et t_2 de vecteurs respectifs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ où A, B, C, D sont des points distincts.
Le point M_1 est l'image de M par t_1 et le point M_2 est l'image de M_1 par t_2.

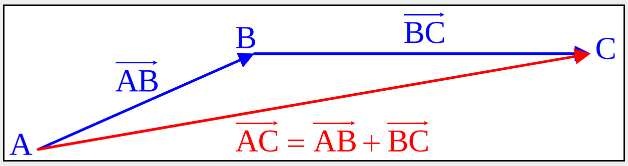
Pour construire M_2 à partir de M, on dit qu'on a composé t_2 par t_1.

2 - Calcul vectoriel

En utilisant la composition de 2 translations, on définit l'addition vectorielle.

Relation de Chasles

Définition 1: Soit A, B, C trois points quelconques, $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$.



Définition 2: Soit A un point du plan donné, le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé vecteur nul et on note:

$$\boxed{\overrightarrow{AA}=\vec{0}}$$

Définition 3: Soit A et B deux points du plan donnés, le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est appelé opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$

On note: $\boxed{\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}}$

il a même direction, même longueur mais le sens contraire.

Remarque: On retrouve une relation déjà connue pour les nombres relatifs:

$$\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{AB})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=\vec{0}$$

Si on ajoute un vecteur et son opposé, on obtient le vecteur nul.

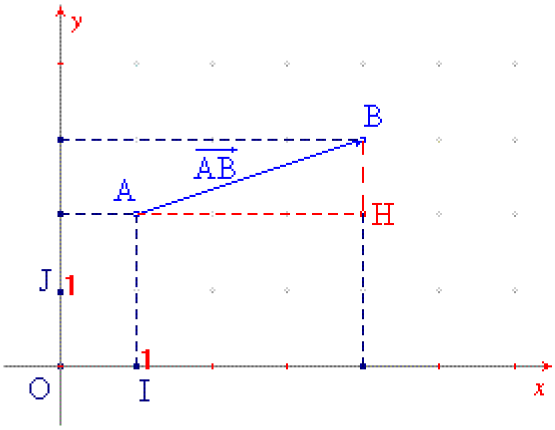
Propriété 1: La composée d'une symétrie de centre A suivie d'une symétrie de centre B est une translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$.

II- Vecteurs et repérage

1- Coordonnées d'un vecteur

Les coordonnées d'un vecteur représentent le chemin qui relie l'origine du vecteur à son extrémité.

Dans le repère ci-contre, le chemin utilisant la direction (Ox), puis la direction (Oy) pour relier A à B passe par le point H.



Propriété 2: Si les points A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$ alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$.

Le vecteur nul $\overrightarrow{AA}$ a pour coordonnées (0 ; 0).

Remarque: Deux vecteurs égaux ont les mêmes coordonnées et réciproquement.

2 - Coordonnées du milieu d'un segment

Propriété 3: Si les points A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$ alors le milieu I a pour coordonnées:

$$\boxed{x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \; ; \; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}}$$

3 - Longueur d'un segment

Définition 4: On dit qu'un repère (O ; I ; J) est orthonormé lorsque:

$$\boxed{\begin{cases} OI=OJ=1 \\ (OI) \perp (OJ) \end{cases}}$$

Propriété 4: Si les points A et B ont pour coordonnées respectives $(x_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$ dans un repère orthonormé alors :

$$\boxed{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

Fin du chapitre 10