

# CHAPITRE 08

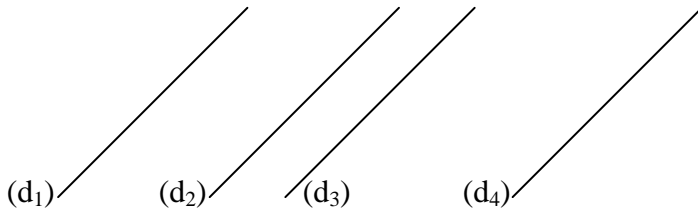
## Vecteurs et transformations

### I- Les vecteurs : définitions et premières propriétés

#### 1 - Définitions préliminaires: sens et direction

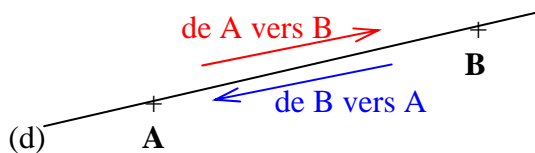
En mathématiques, les mots « sens » et « direction » ne sont pas des synonymes.

- Une direction est définie à l'aide d'une droite; des droites parallèles ont même direction.



Les droites (d<sub>1</sub>), (d<sub>2</sub>), (d<sub>3</sub>) et (d<sub>4</sub>) définissent la même direction.

- Un sens n'est défini qu'associé à une direction; sur une direction, il y a deux sens possibles.



Sur la direction définie par (d), il y a le sens « de A vers B », et le sens « de B vers A ».

#### 2 - Définition d'un vecteur

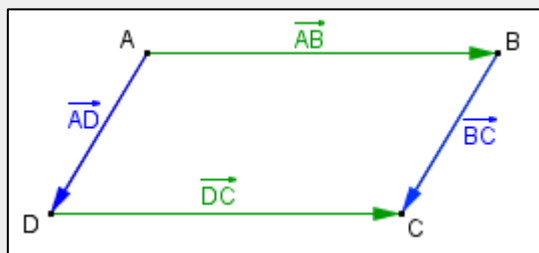
Soit A et B deux points distincts du plan.

**Définition 1:** Le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  est défini par : - sa direction, celle de la droite (AB).  
- son sens, de A vers B.  
- sa longueur, la distance AB.

**Définition 2:** On dit que deux vecteurs sont égaux lorsqu'ils ont la même direction, le même sens et la même longueur.

#### 3 - Vecteurs et parallélogramme

**Propriété 1:** Si un quadrilatère ABCD est un parallélogramme alors  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  et  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ .



**Propriété 2:** Si A, B, C, D sont quatre points du plan non alignés tels que  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$  alors ABDC est un parallélogramme.

On en déduit d'autres propriétés en utilisant nos connaissances sur les diagonales du parallélogramme.

**Propriété 3:** Si  $\overline{AB} = \overline{CD}$  alors [AD] et [BC] ont le même milieu.

**Propriété 4:** Si [AD] et [BC] ont le même milieu alors  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .

## II- La translation

**Définition 3:** On dit qu'un point M a pour image le point M' par la translation de vecteur  $\overline{AB}$  lorsque:  
 $\overline{MM'} = \overline{AB}$ .

**Propriété 5:** L'image d'une droite par une translation est une droite parallèle.

**Propriété 6:** L'image d'un segment par une translation est un segment de la même longueur.

**Propriété 7:** L'image d'un angle par une translation est un angle de la même mesure.

Remarque: En particulier, une translation conserve le milieu d'un segment.

## III- Symétries et rotations

### 1 - La symétrie centrale

**Définition 4:** On dit qu'un point M a pour image le point M' par la symétrie de centre O lorsque O est le milieu du segment [MM'] soit  $\overline{MO} = \overline{OM'}$ .

### 2 - La symétrie axiale

**Définition 5:** On dit qu'un point M a pour image le point M' par la symétrie d'axe (d) lorsque (d) est la médiatrice du segment [MM'].

### 3 - La rotation

**Définition 6:** On dit qu'un point M a pour image le point M' par la rotation de centre O et d'angle  $\hat{a}$  lorsque  $OM = OM'$  et  $\widehat{MOM'} = \hat{a}$ .

*Il faut aussi donner le sens de rotation (négatif dans le sens des aiguilles d'une montre)*

**Propriété 8:** Par une rotation : - l'image d'une droite est une droite  
- l'image d'un segment est un segment de même longueur  
- l'image d'un angle est un angle de même mesure.

Remarque: Une rotation de centre O et d'angle  $180^\circ$  est une symétrie de centre O.

*Fin du chapitre 08*