CHAPITRE 05
Racines carrées et identités remarquables

I- Rappels sur les puissances

Définition 1: Pour tout nombre a différent de 0 et tout entier positif ou nul n, on définit le nombre a^n qui se lit "a puissance n" de la façon suivante:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Si } n = 0 \text{ alors } a^0 = 1 \\ \text{Si } n = 1 \text{ alors } a^1 = a \\ \text{Si } n > 1 \text{ alors } a^n = a \times a \times \ldots \times a \text{ (n facteurs a)} \end{array}}$$

Convention: L'exposant est toujours prioritaire sur les autres opérateurs.

$$-2^5 = -(2)^5 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) = -32$$

$$2 \times 3^2 = 2 \times (3 \times 3) = 2 \times 9 = 18$$

Définition 2: Pour tout nombre a différent de 0 et tout entier relatif n, on définit le nombre a^{-n} de la façon suivante:

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

C'est à dire que a^{-n} est l'inverse de a^n.

Propriété 1: Quels que soient les nombres a et b différents de 0, si m et n sont deux entiers relatifs alors:

$$\boxed{\begin{array}{l} a^m \times a^n = a^{m+n} \\ a^n \times b^n = (a \times b)^n \end{array}}$$

Propriété 2: Quels que soient les nombres a et b différents de 0, si m et n sont deux entiers relatifs alors:

$$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{et} \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n}$$

Propriété 3: Quel que soit le nombre a différent de 0, si m et n sont deux entiers relatifs alors:

$$\boxed{(a^m)^n = a^{m \times n}}$$

Remarque: Il n'y a pas de formule reliant $a^n + b^n$ et $(a+b)^n$ dans la leçon.
Il faudra donc faire très attention face à de telles situations.
En effet, $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$ alors que $(2+3)^2 = 5^2 = 25$

II- Les racines carrées

Définition 3: On appelle racine carrée du nombre a supérieur ou égal à zéro, le nombre positif noté $\sqrt{a}$ dont le carré est égal à a.

$$\boxed{\text{Si } a \geq 0 \text{ alors } \left(\sqrt{a}\right)^2 = a}$$

Remarque: La racine carrée d'un nombre strictement négatif n'existe pas.
Certaines racines carrées peuvent s'exprimer par des nombres rationnels mais la plupart ne ressemble à aucun nombre connu jusqu'ici ($\sqrt{2} = 1,4142\ldots$).

Propriété 4: La racine carrée du produit de deux nombres positifs ou nuls est égale au produit des racines carrées de chacun de ces deux nombres.

$$\boxed{\text{Si } a \geq 0 \text{ et } b \geq 0 \text{ alors } \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}}$$

Propriété 5: La racine carrée du quotient de deux nombres strictement positifs est égale au quotient des racines carrées de chacun de ces deux nombres.

$$\boxed{\text{Si } a \geq 0 \text{ et } b > 0 \text{ alors } \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}}$$

Propriété 6: Si a est positif ou nul alors la racine carrée de a^2 est égale à a.

$$\boxed{\text{Si } a \geq 0 \text{ alors } \sqrt{a^2} = a}$$

III- Développer et factoriser une expression

1 - Rappels

Propriété 7: Quels que soient les nombres a, b, c et d;

$$\boxed{\begin{array}{l} a(b + c) = ab + ac \\ (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd \end{array}}$$

2 - Identités remarquables

Propriété 8: Quels que soient les nombres a et b;

Forme factorisée	Forme développée
$(a+b)^2$	$= a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2$	$= a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)(a-b)$	$= a^2 - b^2$

IV- Equations du type $(ax + b)(cx + d) = 0$

Propriété 9: Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

$$\boxed{\text{Si } a \times b = 0 \text{ alors } a = 0 \text{ ou } b = 0}$$

Fin du chapitre 05